



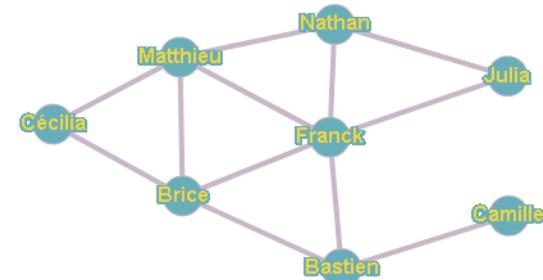
Les graphes

Comment fonctionne un réseau social ? Les réseaux sociaux mettent en relation des internautes. Le graph est une des représentations possibles de ces relations.

Imaginons un réseau social ne possédant que 8 abonnés :

Mathieu, Nathan, Camille, Brice, Julia, Franck, Bastien et Cecilia

| | | | |
|--|--|---|--|
| Mathieu est ami avec Nathan, Franck, Brice et Cecilia | Brice est ami avec Franck, Mathieu et Bastien et Cecilia | Bastien est ami avec Brice, Franck et Camille | Camille n'est ami qu'avec Bastien |
| Franck est ami avec Mathieu, Brice, Bastien, Julia et Nathan | Julia est amie avec Franck et Nathan | Nathan est ami avec Mathieu et Julia | Cecilia est amie avec Mathieu et Brice |



<https://graphonline.ru/en/>

➤ Propriétés des graphes

Ce type de schéma s'appelle un **graphe**. Les personnes sont représentées par les sommets du graphe et relations d'amitié par les arêtes.

Définitions :

Chaîne : suite finie d'arêtes consécutives reliant un sommet à un autre.

Distance : nombre minimum d'arêtes d'une chaîne entre deux sommets.

Écartement : distance maximale entre un sommet et les autres sommets du graphe en suivant le chemin le plus court.

Centre d'un graphe : c'est le sommet dont l'écartement est minimal ; il peut y avoir plusieurs centres.

Rayon d'un graphe : c'est l'écartement d'un centre du graphe.

Diamètre d'un graphe : c'est la distance maximale entre deux sommets du graphe.

Sur le graphe ci-contre :

A-E-D-F est une chaîne

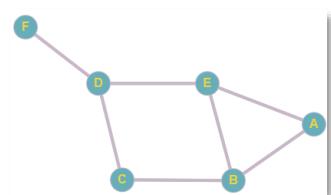
La distance entre A et C est de 2 (chaîne A-B-C) ;

L'écartement pour le sommet A est de 3 (chaîne A-E-D-F) ;

Avec un écartement de 2, C et D sont centres du graphe ;

Les centres ayant un écartement de 2, le rayon du graphe est de 2 ;

Le diamètre de ce graphe est de 3.



Si les arêtes sont non orientées, la relation va dans les deux sens et est donc symétrique, et le graphe est dit **non orienté**.

En mathématiques, l'ensemble des **sommets** (*vertices* en anglais) est le plus souvent noté V et l'ensemble des **arêtes** (*edges* en anglais) est le plus souvent noté E.

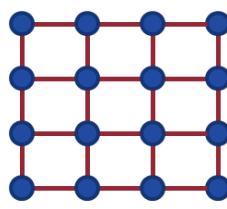
Dans le cas général, un graphe peut avoir des **arêtes multiples** (en), c'est-à-dire que plusieurs arêtes différentes relient la même paire de sommets.



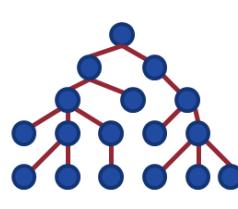
LES RÉSEAUX SOCIAUX

Il existe trois grandes familles de graphes et cinq catégories au total :

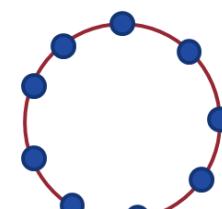
- Structurés : il est alors possible de définir quatre identités topologiques remarquables :
 - Homogènes (1) : les sommets et les arêtes reproduisent un schéma régulier. Le schéma le plus commun est une architecture de type matriciel aussi appelé "en filet de poisson" (mesh).
 - Hiérarchiques (2) : structure typique des graphes où les sommets s'arrangent en couches hiérarchisées et pyramidales.
 - Cycliques (3) : on peut identifier des cycles dans le graphe. L'exemple le plus parlant est le graphe circulaire.
 - Centralisés/polaires (4) : c'est une architecture où tous les sommets sont rattachés à un seul sommet, le pôle.
- Quelconques (5) : aucune propriété topologique ne semble émerger.
- Multipolaires : c'est une architecture mixte entre les graphes centralisés et décentralisés. Les réseaux multipolaires sont très étudiés en raison de leur proximité avec de nombreux cas concrets et notamment Internet ou les réseaux de neurones. Les graphes multipolaires sont caractérisés par deux types d'arêtes, celles qui forment les liens émanant du pôle, les liens forts ; et les liens réunissant deux pôles entre eux : les liens faibles. Les pôles peuvent par ailleurs prendre une architecture structurée (souvent centralisée) ou quelconque.



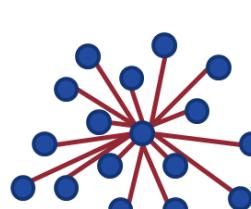
1



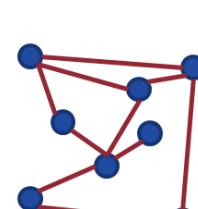
2



3



4



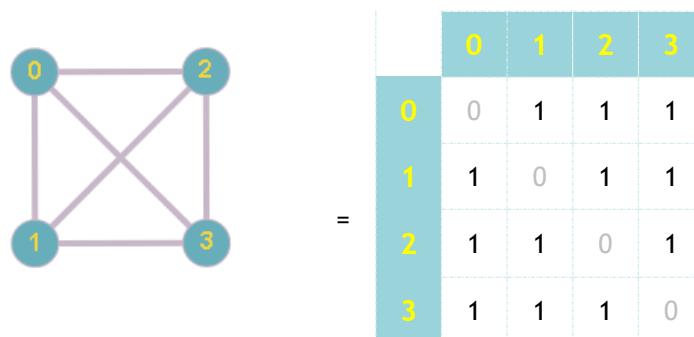
5



➤ La matrice d'adjacence

Un réseau social peut être modélisé à l'aide d'un graphe que l'on peut représenter graphiquement. Pour manipuler un graphe avec un ordinateur, il faut choisir une représentation informatique de ce réseau. Une matrice d'adjacence est un outil mathématique de description d'un graphe. Elle schématisise, sous forme d'une matrice (tableau à deux dimensions), l'ensemble des liens qui relient les nœuds entre eux dans le but de calculer le trajet le plus court. Pour un graphe donné la matrice d'adjacence associée est unique.

Exemple :



Il suffit d'indiquer dans chaque case, la longueur de la chaîne pour relier chaque sommet.

